FOLHA 29

ASTRONOMIA ANTIGA

A astronomia é considerada a ciência mais antiga com registros de mais de 3000 anos a.C., tais como os babilônios, chineses, babilônios e egípcios. Em geral não havia diferença entre astronomia e astrologia e estas duas eram utilizadas para prever o futuro e, em certa medida, funcionava, pois através dos astros podiam-se determinar quando começavam as épocas das chuvas, cheias de rios ou seca.

Abóbadas de cristal: acreditava-se que os astros só poderiam ficar suspensas, sem cair, se estivesse preso a alguma abóbada transparente e de cristal. Segundo o modelo geocêntrico (da terra no centro do universo) haviam 8 esferas que seguravam: 1 - Sol; 2 - Mercúrio; 3 - Vênus; 4 - Lua; 5 - Marte; 6 - Júpiter; 7 - Saturno; 8 - todas as estrelas.

É curioso pensar que o nome planeta se refere a serem errantes, andarilhos entre as estrelas, que causavam uma pequena desordem nos céus perfeito e imutável. Por outro lado, um cometa trazia a morte e o sofrimento com sua calda, pois andava atormentando toda a harmonia do céu (não havia muita diferença entre o céu físico e o paraíso). Com isso explicavam-se que as doenças eram castigos dos céus e muitas pessoas, por medo do que estava por vir, tiravam a própria vida. Por incrível que pareça isso até hoje acontece, como ocorrido no fim da década de 90, onde 38 pessoas tentaram embarcar em uma nave que acompanhava um suposto cometa.

Quando olhamos para os céus temos a impressão que os astros estão se movendo em torno da Terra e com certeza a hipótese de que o nosso planeta seja o centro do universo é bastante intuitiva. Esta ideia perdurou por milênios e até hoje é possível encontrar pessoas que as defendam por inúmeras razões. Vamos ver um pouco sobre o que cada filósofo pensava.

Hoje somos muito influenciados pelas descobertas e desenvolvimentos da ciência dos gregos antigos, de modo que hoje nomeamos astros com nomes de personagens da mitologia grega. Alguns dos astrônomos gregos antigos e importantes:

- **Tales de Mileto** (~624 - 546 a.C.) introduziu os fundamentos da geometria e da astronomia, trazidos do Egito. Pensava que a Terra era um disco plano em uma vasta extensão de água.
- **Pitágoras de Samos** (~572 - 497 a.C.) acreditava que a Terra era esférica assim como a Lua e demais corpos celestes. Achava que os planetas, o Sol, e a Lua eram transportados por esferas separadas da que carregava as estrelas.
- **Aristóteles de Estagira** (384 - 322 a.C) explicou que as fases da Lua dependem de quanto da parte da face da Lua iluminada pelo Sol está voltada para a Terra. Explicou os eclipses, argumentou a favor da esfericidade da Terra usando o argumento da sombra da Terra na Lua durante um eclipse e afirmava que o universo era infinito e esférico. Suas ideias perduraram por séculos e ainda influencia as pessoas hoje em dia.
- **Aristarco de Samos** (310 - 230 a.C.) foi o primeiro a propor que a Terra se move em torno do Sol, antecipando Copérnico em quase 2000 anos. Conseguiu medir os tamanhos relativos da Lua e do Sol e as distâncias relativas Terra-Sol e Terra-Lua.
- **Ersatótenes de Cirênia** (276 - 194 a.C.) foi o primeiro a medir o diâmetro da Terra.
- **Hiparco de Nicéia** (160 - 125 a.C.) considerado o maior astrônomo da era pré-cristã, construiu um observatório em uma ilha onde fez observações por 33 anos compilando um manuscrito com mais de 850 estrelas, definiu a unidade de magnitude, deduziu a precessão da Terra, a direção correta dos polos celestes, determinou corretamente as distâncias Terra-Sol e Terra-Lua além de determinar a duração de um ano com erro de apenas 6 minutos.
- **Ptolomeu** (85 - 165 d.C.) [Claudius Ptolemaeus] foi o último grande astrônomo da antiguidade. Compilou 13 volumes de livros sobre a astronomia que ficou conhecido como Almagesto. Sua grande contribuição foi representar de forma geométrica o sistema solar, com ciclos, epiciclos e equantes, que permitia uma ótima precisão para prever as posições futuras dos astros (veja a figuras 1 e 2).

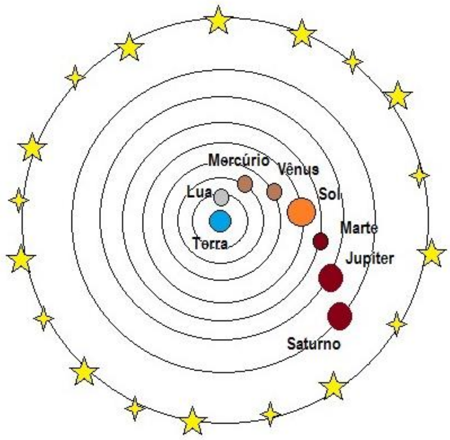


Figura 1: Modelo Geocêntrico.

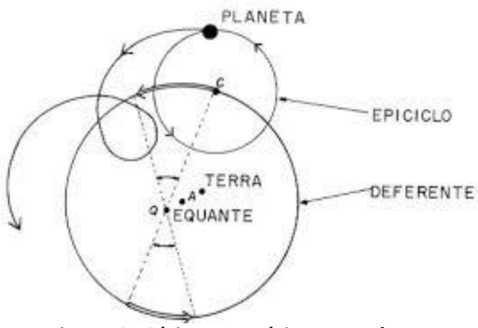


Figura 2: Cíclos, epocíclos e equântes.

Vamos falar sobre o movimento retrógrado dos planetas: ao observar os astros podemos perceber que os planetas, ao longo de dias, "caminha" entre as estrelas.

Para explicar o movimento retrógrado (figura 3) é mais fácil pensarmos no modelo Heliocêntrico, conforme figura 4. Observe na figura 5 que foi utilizado o planeta Marte como exemplo e nesta figura está representada a posição dos planetas Terra e Marte e a posição do plante visto da Terra em relação às estrelas no fundo. A figura 6 apresenta uma outra direção de observação.


Figura 3: Observação noturna do movimento retrógrado de um planeta.

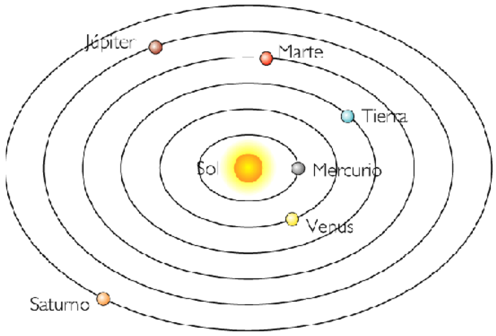


Figura 4: Modelo Heliocêntrico.

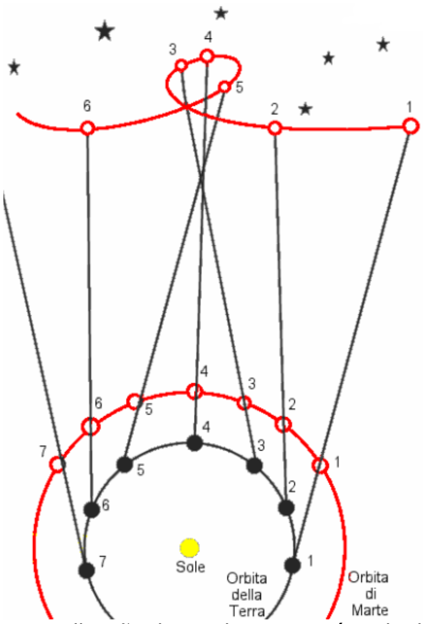


Figura 5: Explicação do movimento retrógrado dos planetas.

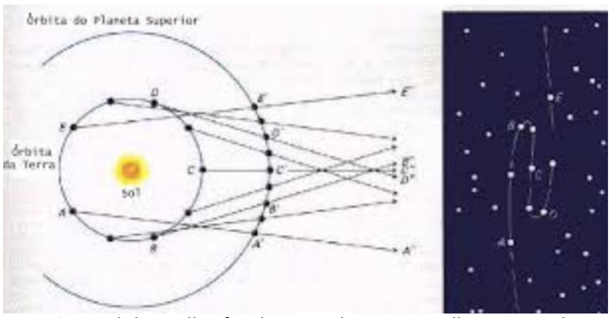


Figura 6: Modelo Heliocêntrico usado para explicar o movimento retrógrado dos planetas.

RENASCIMENTO

Vamos ver alguns cientistas que deram grandes contribuições para a astronomia moderna.

- **Nicolau Copérnico** (1398 - 1468) acreditava que a Terra era esférica.
- **Tycho Brahe** (1546 - 1601) ganhou uma ilha do rei Frederick II pelo fato de seu tio tê-lo salvado. Ali com duas dezenas de equipamentos (como clepsidras, velas, sextantes, etc) pôde coletar dados suficientes para que Kepler pudesse posteriormente calcular com precisão a órbita do planeta Marte mostrando que ela é ligeiramente elíptica. Brahe defendeu um outro modelo, no qual a Lua e o Sol giram em torno da Terra e os demais planetas em torno do Sol. Foi um modelo mais aceito que o Heliocêntrico por não refutar as ideias chave do modelo Geocêntrico.
- **Johanes Kepler** (1571 - 1630) Ele teve acesso aos trabalhos de Tycho Brahe e pôde concluir as suas três leis, após muitos cálculos.
- **Galileu Galilei** (1564 - 1642) criou as ideias iniciais sobre inercia, defendeu o modelo Heliocêntrico de Copérnico, escreveu em italiano com o intuito de divulgar conhecimentos científicos para a população. Inúmeras foram suas contribuições, tais como a construção de um telescópio, observação das fases de Vênus, como ocorre com a Lua, a observação de manchas solares, observação de crateras lunares, viu quatro satélites naturais em Júpiter entre outras obras.
- **Cristiaan Huygens** (1629 - 1695) contribuiu para desenvolvimento de telescópios, descobriu que o período de um pêndulo simples depende não depende da massa do pêndulo nem da amplitude.
- **Isaac Newton** (1643 - 1727) criou as três leis da dinâmica, a lei da gravitação universal, inventou o cálculo e trouxe inúmeras outras contribuições para a matemática e a física.
- **Gian Domenico Cassini** (1625 - 1712) descobriu quatro satélites de Saturno, a divisão do anel de Saturno conhecida como separação Cassini, produziu um mapa da Lua e refinou as tabelas dos satélites de Júpiter.
- **Edmond Halley** (1656 - 1742) observou que um determinado cometa, que hoje leva o seu nome, reapareceria a cada 67 anos.

Dentre os cientistas apresentados anteriormente, você já deve imaginar que focamos nas obras de alguns. Em Gravitação, começaremos a ver o trabalho de Kepler e posteriormente os de Newton.

LEIS DE KEPLER

Como vimos, Kepler teve acesso aos dados de Tycho Brahe e pôde perceber que as trajetórias dos planetas eram na verdade elípticas e não circulares. Esse resultado teve grande impacto no pensamento científico, uma vez que por influência de Aristóteles era impensável que as órbitas dos planetas não tivessem trajetórias e formas circulares. Com os resultados precisos de Kepler, encaixando elipses às órbitas, ele deu um grande passo em favor do heliocentrísmo, agora com dados observacionais.

PRIMEIRA LEI DE KEPLER

As órbitas dos planetas ao redor do Sol é elíptica.

Tabela 1: Alguns dados dos astros do sistema solar.

	Mercúrio	Vênus	Terra	Marte	Júpiter	Saturno	Urano	Netuno	Plutão
Diâmetro Equatorial (km)	4878	12100	12756	6786	142984	120536	51108	49538	2374
Massa (M_{Terra})	0,055	0,815	1	0,107	317,9	95,2	14,6	17,2	0,002
Distância média ao Sol (UA)	0,387	0,723	1	1,524	5,203	9,539	19,18	30,06	39,44
Distância média ao Sol (milhões de km)	57,9	108,2	149,6	227,9	778,4	1423,6	2867	4488	5909
Excentricidade da Órbita	0,206	0,0068	0,0167	0,093	0,048	0,056	0,046	0,010	0,248
Período de Revolução (d=dias, a=anos)	87,9d	224,7d	365,25d	686,98d	11,86a	29,46a	84,04a	164,8a	247,7a
Período de Rotação (d=dias, h=hora)	58,6d	-243d	23h56m	24h37m	9h48m	10h12m	-17h54m	19h6m	6d9h
Inclinação do Eixo	0,1°	177°	23° 27'	25° 59'	3° 05'	27° 44'	98°	30°	120°
Inclinação da Órbita em Relação Eclíptica	7°	3,4°	0°	1,9°	1,3°	2,5°	0,8°	1,8°	17,2°
Massa (kg)	$3,30\times10^{23}$	$4,87\times10^{24}$	$5,97\times10^{24}$	$6,42\times10^{23}$	$1,90\times10^{27}$	$5,69\times10^{26}$	$8,70\times10^{25}$	$1,03\times10^{26}$	$1,31\times10^{22}$
Densidade (g/cm^3)	5,4	5,2	5,5	3,9	1,3	0,7	1,3	1,6	1,9
Achatamento	0	0	0,003	0,005	0,06	0,1	0,03	0,02	<0,006
Temperatura (C) (S=Sólido, n=nuvens)	407(S)dia -183(S)noite	-43(n) 470(S)	22(S)	-23(S)	-150(n)	-180(n)	-210(n)	-220(n)	-218(S)
Principais Componentes Atmosfera	traços de Na,He,H,O	98%CO_2, 3,5%N	78%N_2, 21%O_2	95%CO_2, 3%N	90%H, 10%He	97%H, 3%He	83%H, 15%He,CH_4	74%H, 25%He,CH_4	CH,N,CO
Gravidade Superficial em relação à Terra (g_{Terra})	0,37	0,88	1	0,38	2,64	1,15	1,17	1,18	0,11
No. de Satélites Conhecidos	0	0	1	2	79	62	27	14	5
Velocidade de Escape (km/s)	4,3	10,4	11,2	5,0	60	35,4	21	24	1,21

Veja na Tabela 1 alguns dados dos planetas no sistema solar. Nela temos, dentre várias informações, a excentricidade das órbitas dos planeta.

Veja na figura 7 na qual temos o semieixo maior de tamanho a, semieixo menor b e $c = f$ a distância focal. A excentricidade e é definida por:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{f}{a} \Leftrightarrow \boxed{f = e \cdot a}. \qquad \text{Eq. (01)}$$

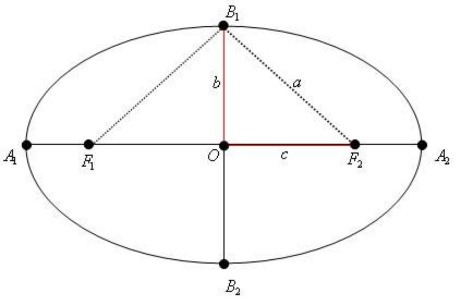


Figura 7: Representação geométrica de uma elipse.

Com base nas informações da Tabela 1, da Figura 7, da Equação (01) e da Equação (02) podemos fazer o gráfico, em escala, de elipses com a excentricidade das trajetórias da Terra e de Marte (veja nas Figuras 8 e 9).

Abaixo temos também a equação da elipse.

$$\frac{(x - x_c)^2}{a^2} + \frac{(y - y_c)^2}{b^2} = 1. \qquad \text{Eq. (02)}$$

Fica como exercício mostrar que a equação da elipse pode ser modificada e escreita como a Equação (03):

$$\frac{(x - x_c)^2}{a^2} + \frac{(y - y_c)^2}{a^2(1 - e^2)} = 1. \qquad \text{Eq. (03)}$$

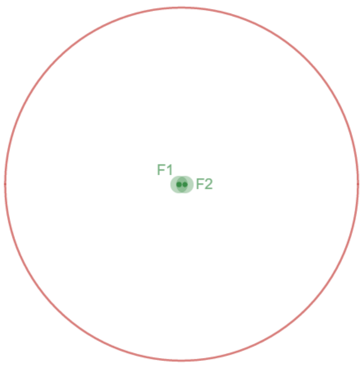


Figura 8: Órbita da Terra em torno do Sol (em escala) com os dois focos representados nela.

Figura 9: Órbita de Marte em torno do Sol (em escala) com os dois focos representados nela.

Observe nas Figuras 8 e 9 que as órbitas se assemelham à trajetórias circulares, o que nos dão um indício da precisão e trabalho que Kepler teve para poder concluir que a trajetória da órbita de Marte (planeta com dados em grande quantidade, adquiridos por Tycho, em observações a olho nu).

Você pode acessar o gráfico destas elipses na plataforma Desmos pelo link https://www.desmos.com/calculator/vk5gsrteui ou pelo QR-Code da figura 10.

Figura 10: Acesso à uma animação interativa das elipses que representam as trajetórias dos planetas em torno do Sol.

Vale observar que aqui o mais importante, para a maioria dos vestibulares, é somente a primeira lei, apesar de ser possível questões multidisciplinares, como já caiu na UNICAMP e no ENEM. Aos vestibulandos que vão prestar ITA, IME e EN, por exemplo, vale a pena buscar faer exercícios envolvendo cônicas, pois as trajetórias dos astros, a depender da velocidade, podem ter trajetórias circulares, elípticas, hiperbólicas e parabólicas, ou seja, todas as cônicas.

Vamos dar continuidade ao estudo das Leis de Kepler.

SEGUNDA LEI DE KEPLER

Os astros varrem áreas iguais em tempos iguais.

Essa lei também é chamada de lei das áreas e podemos dizer que a velocidade areolar é constante. Na Equação (04) temos a definição de velocidade areolar, definida pela razão entre a área varrida pelo vetor posição (com origem no astro central e final no astro em movimento) e o tempo para varrer esta área.

$$V_{AREOLAR} = \frac{\Delta A}{\Delta t}. \qquad \text{Eq. (04)}$$

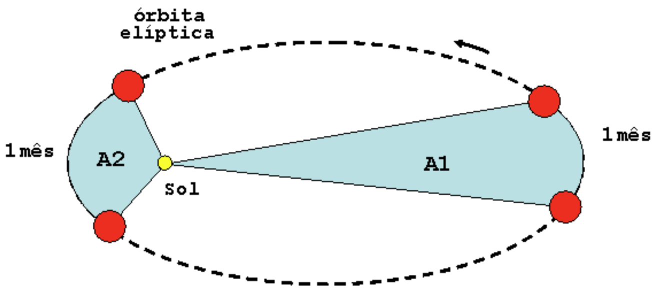


Figura 11:Trajetória de um astro em torno de um corpo central. As áreas hachuradas representam a área varrida pelo vetor posição em um mês.

A segunda lei de Kepler implica que estas áreas são iguais, se os tempos forem iguais, porém de forma mais geral isso equivale à dizer que a velocidade areolar do astro é constante. Portanto:

$$V_{AREOLAR\,1} = V_{AREOLAR\,2} \Rightarrow \boxed{\frac{A_1}{\Delta t_1} = \frac{A_2}{\Delta t_2}}. \qquad \text{Eq. (05)}$$

Uma animação está disponível neste link https://www.desmos.com/calculator/dwtxyspmd5. Observe que uma das implicações da segunda lei de Kepler é que o astro em movimento aumenta a velocidade quando se aproxima do astro central em torno do qual ele gira. Você pode acessar esta animação pelo QR-Code na figura 12.

Figura 11: Acesso à uma animação interativa mostrando a velocidade do astro em torno do Sol. Nesta animação você também pode ver um dos focos e controlar a excentricidade.

Vamos à próxima lei de Kepler.

TERCEIRA LEI DE KEPLER

A razão entre o quadrado do período *T* de um astro pelo seu raio médio *R* ao cubo é contante para todos os astros par um mesmo astro central em torno do qual ele gira.

A terceira lei de Kepler é também conhecida como lei harmônica. Lembremos que originalmente o trabalho de Kepler era para apenas planetas em torno do Sol, porém ela vale para qualquer astro em torno de um mesmo corpo central. Como exemplos:

$$\frac{T^2_{Mercúrio}}{R^3_{Mercúrio}} = \frac{T^2_{Vênus}}{R^3_{Vênus}} = \frac{T^2_{Terra}}{R^3_{Terra}} = \frac{T^2_{Marte}}{R^3_{Marte}} = \ldots \qquad \text{Eq. (06)}$$

$$\frac{T^2_{Lua}}{R^3_{Lua}} = \frac{T^2_{Satélites}}{R^3_{Satélites}} = \frac{T^2_{Estação\ espacial}}{R^3_{Estação\ espacial}} = \ldots \qquad \text{Eq. (07)}$$

Note no entanto que se o astro central não for o mesmo, então não podemos afirmar tais igualdade. Como exemplo:

$$\frac{T^2_{Marte}}{R^3_{Marte}} \neq \frac{T^2_{Lua}}{R^3_{Lua}}.$$

CUIDADO COM O SINAL DE DIFERENTE NESTA EQUAÇÃO.

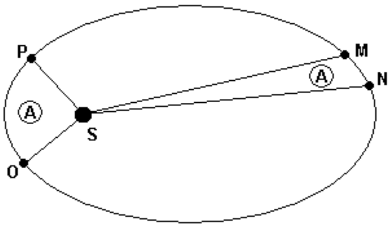
Portanto, podemos dizer que a terceira lei de Kepler se resume à:

$$\frac{T^2}{R^3} = K \qquad \text{Eq. (08)}$$

Sendo *K* uma constante para todos os corpos com um mesmo astro central.

EXERCÍCIOS – LEI DE KEPLER

01. A órbita de um planeta é elíptica e o Sol ocupa um de seus focos, como ilustrado na figura (fora de escala).

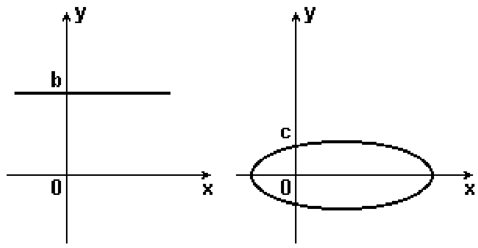


As regiões limitadas pelos contornos OPS e MNS têm áreas iguais a A. Se t_{OPS} e t_{MN} são os intervalos de tempo gastos para o planeta percorrer os trechos OP e MN, respectivamente, com velocidades médias v_{OP} e v_{MN}, pode-se afirmar que\

a) $t_{OP} > t_{MN}$ e $v_{OP} < v_{MN}$.
b) $t_{OP} = t_{MN}$ e $v_{OP} > v_{MN}$.
c) $t_{OP} = t_{MN}$ e $v_{OP} < v_{MN}$.
d) $t_{OP} > t_{MN}$ e $v_{OP} > v_{MN}$.
e) $t_{OP} < t_{MN}$ e $v_{OP} < v_{MN}$.

02. Imagine que um pequeno planeta Z tenha sido descoberto em nosso sistema solar. Determine o valor aproximado do período de translação de Z, em anos terrestres, sabendo que o raio médio de sua órbita corresponde a 7 unidades astronômicas.
a) 20,5
b) 18,5
c) 10,5
d) 12,5
e) 15,5

03. Observe a figura a seguir. Os eixos cartesianos representam dois sistemas de referência independentes e isolados. O sistema da esquerda apresenta uma partícula com massa m$_1$ em movimento retilíneo e de velocidade constante, com trajetória dada por $Y = b$, $x = x_0 + vt$.



O sistema da direita representa uma outra partícula com massa m_2, percorrendo uma trajetória elíptica sob ação do campo gravitacional gerado por uma massa $M >> m_2$ estacionária em um dos focos. Com base no texto, na figura e nos conhecimentos sobre o tema, é correto afirmar:
a) Os raios vetores que ligam as origens às partículas, nos dois sistemas, varrem áreas iguais em tempos iguais.
b) Somente no sistema da direita, o raio vetor, que liga a origem à partícula, varre áreas iguais em tempos iguais.
c) Somente no sistema da esquerda, o raio vetor, que liga a origem à partícula, varre áreas iguais em tempos iguais.
d) Se a massa da partícula m_2 do sistema da direita for dobrada, mas permanecer girando na mesma trajetória elíptica, o seu período de revolução mudará.
e) O período de revolução da partícula do sistema da direita é proporcional ao cubo da distância média entre as duas massas.

04. Assinale a alternativa que está em desacordo com as Leis de Kepler da Gravitação Universal:
a) O quociente do cubo do raio médio da órbita pelo quadrado do período de revolução é constante para qualquer planeta de um dado sistema solar.
b) Quadruplicando-se o raio médio da órbita de um satélite em torno da Terra, seu período de revolução fica oito vezes maior.
c) Quanto mais próximo de uma estrela (menor raio médio de órbita) gravita um planeta, menor é seu período de revolução.
d) Satélites diferentes gravitando em torno da Terra, na mesma órbita, têm períodos de revolução iguais.
e) Devido à sua maior distância do Sol (maior raio médio de órbita), o ano de Plutão tem duração menor que o da Terra.

05. Em 1973, o Pink Floyd, uma famosa banda do cenário musical, publicou seu disco "The Dark Side of the Moon", cujo título pode ser traduzido como "O Lado Escuro da Lua". Este título está relacionado ao fato de a Lua mostrar apenas uma de suas faces para nós, os seres humanos. Este fato ocorre porque
a) os períodos de translação da Lua e da Terra em torno do Sol são iguais.
b) o período de rotação da Lua em torno do próprio eixo é igual ao período de rotação da Terra em torno de seu eixo.
c) o período de rotação da Lua em torno do próprio eixo é igual ao seu período de translação em torno da Terra.
d) o período de translação da Lua em torno da Terra é igual ao período de rotação desta em relação ao seu próprio eixo.
e) a luz do Sol não incide sobre o "lado escuro" da Lua.

06. A sonda Galileu terminou sua tarefa de capturar imagens do planeta Júpiter quando, em 29 de setembro de 2003, foi lançada em direção ao planeta depois de orbitá-lo por um intervalo de tempo correspondente a 8 anos terrestres. Considerando que Júpiter está cerca de 5 vezes mais afastado do Sol do que a Terra, é correto afirmar que, nesse intervalo de tempo, Júpiter completou, em torno do Sol,
a) cerca de 1,6 volta.
b) menos de meia volta.
c) aproximadamente 8 voltas
d) aproximadamente 11 voltas.
e) aproximadamente 3/4 de volta.

LEI DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL

Isaac Newton, tentando entender porque a maça cai da macieira e a Lua não, fez uma afirmação muito polêmica para a época:

- a Lua está caindo o tempo todo!!!

Ele concluiu que na verdade todos os corpos atraem-se mutuamente pelo simples fato de terem massa. Essa sua descoberta foi bublicada em sua obra *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, publicada em 1687 e só foi comprovado em 1797 por Cavendish, ano em que ele começou a fazer seus experimentos usando a balança de torção.

Sejam dois corpos massivos separados por uma distância d, tal como representado na figura 12. A de atração entre estes planetas (no exemplo, Terra e Marte) é determinada pela lei da Gravitação Universal de Newton.

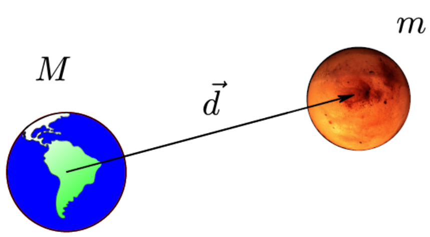


Figura 12: Dois corpos separados por uma distância d se atraem.

LEI DA GRAVITACÃO UNIVERSAL

$$F = \frac{GMm}{d^2}. \qquad \text{Eq. (09)}$$

A constante $G = 6{,}674184 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$ é chamada de constante da gravitação universal e foi determinada experimentalmente pela primeira vez por Cavendish em seu experimento da balança de torção.

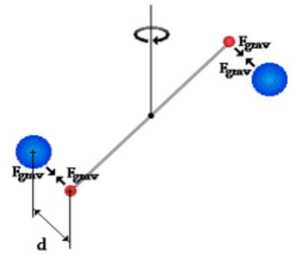


Figura 13: Esquema da balança de torção usado por Cavendish para verificar a Lei da Gravitação Universal.

Com o experimento de Cavendish foi possivel, pela primeira vez da história, determinar a massa do planeta Terra. Para ver isso, imagine que uma massa *m* sugeita à influência de um campo gravitacional *g* sendo a força gravitacional *F* o peso do corpo de massa *m* ($F = P = m \cdot g$) e que o raio do planeta Terra seja *R*:

$$F = \frac{GMm}{R^2} \Rightarrow mg = \frac{GM_{Terra}m}{R^2} \Rightarrow \boxed{M_{Terra} = \frac{R^2 g}{G}}. \qquad \text{Eq. (10)}$$

É importante ter em mente que a lei da Atração Universal é válida apenas para corpos pontuais, porém quando os corpos forem extensos devemos usar o centro de massa entre eles e quando usamos o centro de massa dos corpos podemos considerar que os corpos são pontuais. Isso não vale quando estamos dentro do corpo, mas isso será abordado em breve.

A Lei da atração gravitacional também nos serve para explicar a estabilidade das órbitas circulares de satélites em torno da Terra: a única força invisível que age no satélite é a força gravitacional que a Terra faz sobre o planeta. Suponha então que um satélite possui uma órbita circular de raio *d* e que a massa da Terra seja *M*, tendo em vista a constante da gravitação universal *G*, determine a velocidade orbital do satélite.

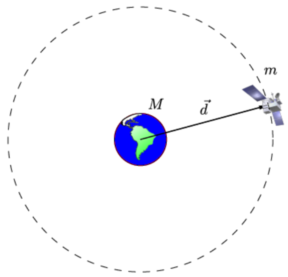


Figura 14: Um satélite artificial em órbita circular em torno do planeta Terra.

Q. 01 – VELOCIDADE DE UM SATÉLITE EM ÓRBITA CIRCULAR NA TERRA

EXERCÍCIOS – GRAVITAÇÃO UNIVERSAL

07. O planeta Mercúrio tem massa $M_M = 0{,}040 M_T$ e diâmetro $d_M = 0{,}40 d_T$. Nessas expressões M_T e d_T são a massa e o diâmetro da Terra, respectivamente.
a) Qual seria, em Mercúrio, o peso da água contida em uma caixa de 1000 litros?
b) Um satélite da Terra em órbita circular de 40000 km de raio temperíodo igual a 24 horas. Qual seria o período de um satélite de Mercúrio em órbita circular de mesmo raio?

08. Demonstre a terceira lei de Kepler assumindo uma órbita circular. Em outras palavras, encontre a constante *K* da Equação (08).

CAMPO GRAVITACIONAL

Anteriormente já foi mencionado que a força gravitacional sobre um corpo na superfície da Terra é chamado de força peso, assim podemos determinar o campo gravitacional da Terra como função da distância até o centro do planeta. Assim, podemos usar a lei da atração gravitacional e determinar o campo gravitacional na superfície da Terra Equação (10) [considere as mesmas variáveis que usamos na equação 09]:

$$F = \frac{GMm}{R^2} \Rightarrow mg = \frac{GM_{Terra}m}{R^2} \Rightarrow \boxed{g = \frac{GM_{Terra}}{R^2}}. \qquad \text{Eq. (10)}$$

Podemos imaginar que ao redor do planeta Terra, e de qualquer outro corpo com massa, existe um campo vetorial que aponta na direção da gravidade. Essas linhas de campo estão representadas na figura a seguir e dizemos que ao redor da Terra existe um campo gravitacional convergente.

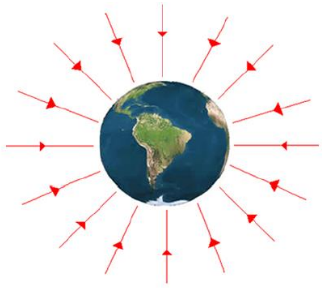


Figura 15: Representação do campo gravitacional na superfície da Terra.

Note que, assim como o campo elétrico, $\vec{g}$ NÃO é uma aceleração, mas sim um campo. Se colocarmos uma massa de prova (tal como você viu na elétrica para a carga de prova) vemos que o campo irá produzir uma força sobre essa massa de prova *m*. Note que a força age sempre no sentido do campo uma vez que os campos são convergentes e que não há massas negativas (tal como há em elétrica).

Q. 02 – DIREÇÃO DA FORÇA GRAVITACIONAL ATUANDO SOBRE UMA MASSA DE PROVA *m*

Vamos discutir alguns casos particulares recorrentes em vestibular:

- Se um satélite é lançado rasante à superfície da Terra significa que ele sofre uma aceleração igual à *g*. Determine algebricamente qual deve ser a velocidade de um satélite rasante.

Q. 03 – VELOCIDADE DE UM SATÉLITE EM ÓRBITA RAZANTE

- Sabendo que um satélite geoestacionário é todo satélite que permanece em repouso em relação à superfície da terra, isto é, é um satélite que possui período orbital T = 24 h, calcule a altura h que um satélite geoestacionádio deve estar. Dados: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\dfrac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{kg}^2}$, $R_{Terra} = 6371\,\text{km}$, $\pi = 3{,}14$ e $M_{Terra} = 5{,}9722 \cdot 10^{24}$ kg. Compare seu resultado com um resultado obtido na internet: $h = 35786\,\text{km}$.

Q. 04 – ALTURA DE UM SATÉLITE EM ÓRBITA GEOESTACIONÁRIA

Continuando nosso estudo sobre campo gravitacional, vamos determinar o campo gravitacional em função da latitude. Em geral, considera-se como valor médio para o campo gravitacional da Terra seu valor ao nível do mar e a uma latitude de 45° e seu valor é de aproximadamente $g_N = 9{,}80665\ \text{m/s}^2$. Vamos considerar, por simplicidade, que o campo gravitacional g é definido na linha do equador e que o planeta Terra é uma esfera perfeita, vamos determinar a gravidade aparente de um corpo em função da latitude.

Q. 05 – CAMPO GRAVITACIONAL EM FUNÇÃO DA LATITUDE

ENERGIA POTENCIAL GRAVITACIONAL

Q. 06 – ENERGIA POTENCIAL GRAVITACIONAL

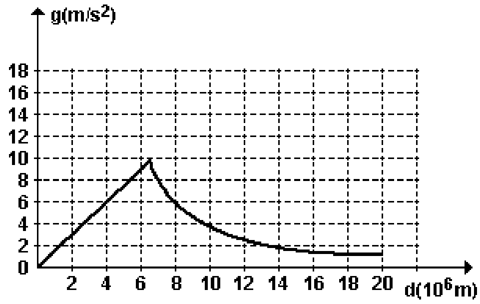
Q. 07 – ENERGIA POTENCIAL GRAVITACIONAL PARA UMA VARIAÇÃO DE ALTURA $\Delta h \ll d$

Q. 08 – VELOCIDADE DE ESCAPE

Q. 09 –RELAÇÃO ENTRE ENERGIA POTENCIAL GRAVITACIONAL E CINÉTICA PARA UMA ÓRBITA CIRCULAR

ENERGIA POTENCIAL GRAVITACIONAL

09. O gráfico da figura representa a aceleração da gravidade *g* da Terra em função da distância d ao seu centro.



Considere uma situação hipotética em que o valor do raio R da Terra seja diminuído para R_1, sendo $R_1 = 0{,}8R$, e em que seja mantida (uniformemente) sua massa total. Nessas condições, os valores aproximados das acelerações da gravidade g_1 à distância R_1 e g_2 à uma distância igual a R do centro da "Terra Hipotética" são, respectivamente,

a) $g_1 = 10\ \text{m/s}^2$; $g_2 = 10\ \text{m/s}^2$.

b) $g_1 = 8\ \text{m/s}^2$; $g_2 = 6{,}4\ \text{m/s}^2$.

c) $g_1 = 6{,}4\ \text{m/s}^2$; $g_2 = 4{,}1\ \text{m/s}^2$.

d) $g_1 = 12{,}5\ \text{m/s}^2$; $g_2 = 10\ \text{m/s}^2$.

e) $g_1 = 15{,}6\ \text{m/s}^2$; $g_2 = 10\ \text{m/s}^2$.

10. Um foguete lançado verticalmente, da superfície da Terra, atinge uma altitude máxima igual a três vezes o raio *R* da Terra. Calcular a velocidade inicial do foguete, onde *M* é a massa da Terra e *G* é a constante gravitacional.

a) $v = \sqrt{\dfrac{3GM}{2R}}$.

b) $v = \sqrt{\dfrac{4GM}{3R}}$.

c) $v = \sqrt{\dfrac{2GM}{3R}}$.

d) $v = \sqrt{\dfrac{3GM}{4R}}$.

e) $v = \sqrt{\dfrac{GM}{R}}$.

RESPOSTAS

01. B **02.** B **03.** A **04.** E **05.** C
06. E
07. a) O peso em Mercúrio seria 2500 N; b) 120 horas.
08. Demonstração
09. E **10.** A

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

A maioria das informações apresentadas aqui foram retirados do livro "Astronomia & Astrofísica" de Kepler de Souza Oliveira Filho e Maria de Fátima Oliveira Saraiva, disponível gratuitamente para baixar no site http://astro.if.ufrgs.br/#gsc.tab=0.